

Лекция 3

Синхронизация автоколебательных систем

Определение и виды синхронизации. Уравнение Адлера. Диаграмма Арнольда. Вынужденная синхронизация автогенератора.

Под синхронизацией понимают согласованное поведение связанных осцилляторов, которые при отсутствии связи ведут себя отличным друг от друга образом. В определенном интервале частоты внешней силы колебания системы синхронизируются с внешним воздействием по частоте. Этот частотный интервал тем шире, чем больше интенсивность воздействия (в отличие от случая резонанса).

Синхронизация наблюдается в системах самой разной природы – в электронных устройствах, в лазерах, в механических системах, в биологических объектах, в социальных системах. Синхронизация является частным случаем универсального явления самоорганизации в открытых системах. Синхронизация может происходить не только на частоте воздействия, но и в случае, когда отношение частот воздействия и отклика близко к кратному и рациональному числу:

$1/2, 1/3, 2/3, \dots$ и т.д. Эти явления называются соответственно синхронизацией на гармониках и субгармониках.

В автоколебательных системах возможно два вида синхронизации: вынужденная и взаимная (внутренняя). При вынужденной синхронизации обратная связь отсутствует:

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = A \cos(\omega t), \quad (1)$$

где $\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ — уравнение автоколебательных системы. $A \cos(\omega t)$ — вектор вынуждающей силы.

В отсутствие синхронизации автоколебательная система под внешним воздействием находится в режиме «биений», т.е. двухчастотных квазипериодических колебаний.

Автоколебания могут быть периодическими, квазипериодическими, хаотическими. Поэтому можно говорить о синхронизации в некотором обобщенном смысле: соответствие не только частот, но и других физических характеристик, появление функциональной взаимосвязи между мгновенными состояниями систем.

В более общем виде явление синхронизации описывается изменением фазы колебаний, т.к. частота определяется через производную фазы по времени и различные значения фазы при отсутствии внешнего возмущения являются равно допустимыми. Например:

$$\dot{\varphi} = \omega_0 + \epsilon \sin(\varphi - \omega_0 t) \quad (2)$$

Если φ — фаза и частота двух автогенераторов (периодических систем), то условие синхронизации формулируется как

$$\varphi = m\pi, \quad \omega = n\omega_0 \quad (3)$$

где m, n — целые числа. Это условия называют также эффектом захвата частоты (фазы).

Рассмотрим изменение фазы автогенератора при наличии внешнего периодического воздействия. Обозначим через $\Delta\omega$ и $\Delta\varphi$ разность фаз и частот колебаний взаимодействующих генераторов. Тогда можем записать

$$\dot{\Delta\varphi} = \Delta\omega + \epsilon \sin(\Delta\varphi) \quad (4)$$

где $\Delta\omega$ — отстройка частоты воздействия от собственной частоты автоколебаний, ϵ — внешнее воздействие. Представим ϵ как выходное напряжение некоторой электронной системы:

$$\epsilon = \epsilon_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (5)$$

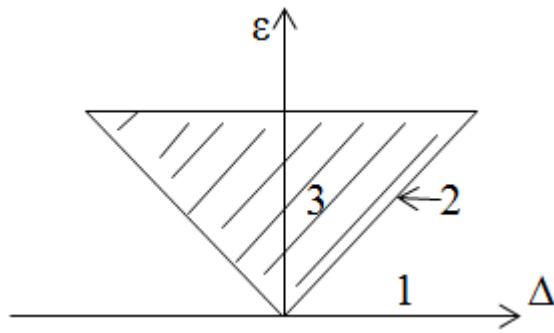
где ϵ_0 — входное напряжение, $\epsilon_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ — импульсная характеристика системы. В самом характерном простом случае $\epsilon_0 = \epsilon_0 \delta(\omega - \omega_0)$, где δ — дельта функция, ϵ_0 — амплитуда воздействия. После этого формула (4) примет вид:

$$\dot{\Delta\varphi} = \epsilon_0 \delta(\omega - \omega_0) \sin(\Delta\varphi) \quad (6)$$

Это уравнение называется уравнением Адлера, его обычно получают методом приближения малых амплитуд из уравнения Ван-дер-Поля с внешним воздействием. Если ввести функцию $\Delta\varphi$, то (6) запишется как

$$\dot{\Delta\varphi} = \epsilon_0 \sin(\Delta\varphi) \quad (7)$$

Удобно анализировать поведение потенциальной функции $\Delta\varphi$ в зависимости от $\Delta\varphi$. При $\epsilon_0 < 1$ потенциал монотонно зависит от $\Delta\varphi$. При $\epsilon_0 > 1$ эта зависимость приобретает точки перегиба. При $\epsilon_0 > 1$ потенциальная функция становится неоднозначной, имеет максимумы и минимумы. В минимумах потенциала разность фазы колебаний не меняется во времени, это соответствует режиму синхронизации.



Если мы фиксируем амплитуду воздействия и изменяем его частоту (т.е. параметр Δ), то синхронизация достигается в определенном интервале значений Δ . Это есть полоса синхронизации. Ее ширина прямо пропорциональна амплитуде воздействия. Область в форме языка на плоскости параметров (Δ , ε), соответствующую режиму синхронизации, называют также языком Арнольда (рис.1).

Рис.1. Области синхронизации (3), отсутствия синхронизации (1), переходного режима (2).

Темы самостоятельных работ

1. Осциллятор Ван-дер-Поля под периодическим внешним воздействием.
2. Бифуркации, сопровождающие возникновение синхронизации.
3. Численные результаты по синхронизации осциллятора Ван-дер-Поля.

Литература []

Лекция 4

Фазовая автоподстройка частоты.

Нелинейные устройства обратной связи. Петля синхронизации фазы: генератор управляемых напряжений, фильтр низких частот, фазовый компаратор. Использование синхронизации в современных системах связи.

В конкретной электронной системе связи используется высокостабильная полоса частот и осуществляется перестройка частоты с заданным шагом, т.е. синтез частот. Синтезаторы частот порядка 10^9 Гц (ГГц) строятся на базе автогенераторов с фазовой автоподстройкой частоты (ФАПЧ). В системе ФАПЧ параметрами регулирования являются частота или фаза сигнала, а не величина его напряжения или тока.

Система ФАПЧ содержит четыре основных блока (рис.1): фазовый компаратор или фазовый детектор (дискриминатор) (1), фильтр низких частот (2), усилитель (3), генератор управляемых напряжений (4). Эти блоки скомпонованы в интегральную схему, где для каждого из них предусмотрены внешние вход и выход. Внешний входной сигнал (5) подается в блок (1).

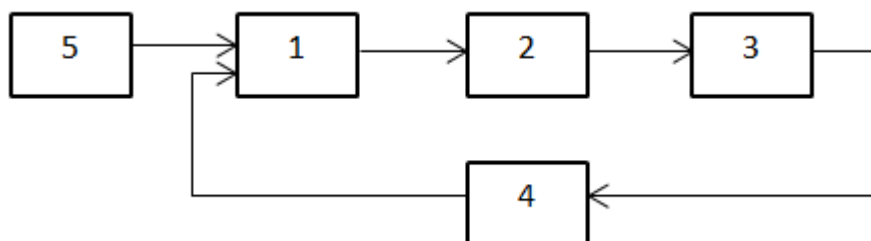


Рис.1. Структурная схема петли ФАПЧ

При отсутствии внешнего опорного сигнала генератор (4) работает на собственной частоте. Когда поступает внешний сигнал из элемента (5) компаратор сравнивает частоту внешнего сигнала с частотой. Выходной сигнал компаратора представляет собой произведение двух сигналов с частотами ω_1 и ω_2 , поэтому содержит частоты $\omega_1 + \omega_2$ и $\omega_1 - \omega_2$. Компаратор выпрямляет внешнее напряжение и интегрирует его для получения выходного напряжения, пропорционального разности фаз между сигналами, т.е. фильтрует пропуская низкие частоты порядка $\omega_1 - \omega_2$. При малой разности частот (фаз) напряжение или ток на выходе компаратора (дискриминатора, фазового детектора) пропорционально разности фаз. Такое изменение обусловлено существованием амплитудно-частотной, фазо-частотной зависимостью.

Структурная схема переможителя напряжений (смесителя) не отличается от схемы модулятора. В цепь смесителя входит нелинейной

элемент – полупроводниковой диод. Эффект перемножителя двух напряжений позволяет из-за нелинейности вольт-амперной характеристики диода:

$$i = I_0 \left(e^{u/U_T} - 1 \right) \quad (1)$$

Если имеем

$$u = U_m \cos \omega t \quad (2)$$

то подставляя (2) в (1) мы получим слагаемое, содержащее $\cos 2\omega t$, т.е. колебание с низкой частотой порядка ω .

Принципы работы блоков (2), (3) из рисунка 1. нам известны из предыдущих лекций. Рассмотрим принцип работы блока (4) – генератора управляемого напряжением (более конкретно – автономного мультивибратора) перестраиваемой частоты.

Частота колебаний автогенератора равна $\omega = 1/\sqrt{LC}$, где C — суммарная емкость контура. Если в контур включить варикап – диод с управляемой емкостью C закрытого p-n перехода, то при изменении C будет меняться ω . Зависимость емкости варикапа от напряжения называется вольт-фарадной характеристикой:

$$C = C_0 \left(1 - \frac{u}{U_0} \right)^{-2} \quad (3)$$

где U_0 – контактная разность потенциалов в диоде ($U_0 \approx 0.7$ В). Можно пользоваться приближенной оценкой:

$$C \approx C_0 \left(1 - \frac{u}{U_0} \right)^{-2} \quad (4)$$

Варикап может быть включен к конденсатору контура с постоянной емкостью C_0 последовательно или параллельно.

Рассмотренный метод синтеза частот называется прямым. При косвенном синтезе для получения различных выходных частот используется делитель (умножитель) частоты, управляемый обратной связью (например, на основе системы ФАПЧ). Самая простая схема делителя частоты – программируемый цифровой реверсивный (обратной) счетчик.

Петля ФАПЧ – универсальная схема, реализующая разнообразные функции: аналоговую и цифровую модуляцию, демодуляцию, обработку сигнала, восстановление несущей и тактовой частоты, синтез частот. Схема ФАПЧ позволяет обеспечить точную настройку, частотную селекцию и

фильтрацию без использования громоздких катушек индуктивности и дросселей.

Темы самостоятельных работ.

1. Фазовые компораторы.
2. Коэффициент усиления петли ФАПЧ.
3. Фильтрующие свойства петли ФАПЧ.

Литература []

Лекция 8

Сверхширокополосные генераторы динамического хаоса.

Динамические системы, динамический хаос. Преимущества использования динамического хаоса в телекоммуникациях. Генератор динамического хаоса с фазовым управлением.

1. Свойства хаотических сигналов.

Под динамической системой понимают любой объект или процесс, состояние которого однозначно определяется в данный момент времени. При

наличи нелинейности в законе эволюции и при определенных значениях параметров системы могут возникать хаотические автоколебания, которые по свойствам близки к статистическим явлениям, хотя в динамике системы не учитывается шум.

Главной особенностью динамического хаоса является то, что его можно однозначно восстановить задавая начальные значения переменных. Поэтому динамический хаос имеет большие перспективы использования для целей защиты информации: передавая смесь информационного и хаотического сигналов в приемнике можно выделить информационный сигнал.

Спектральная функция динамического хаоса чувствительна к параметрам системы. Можно получить сверхширокополосные хаотические сигналы, которые используются для увеличения количества каналов телекоммуникаций. Сверхширокополосными сигналами называются сигналы с относительной полосой частот:

$$\frac{f_{\text{верх}} - f_{\text{ниж}}}{f_{\text{ср}}} \quad (1)$$

где $f_{\text{верх}}$ — соответственно верхняя и нижняя частоты в спектре сигнала. На практике в настоящее время используется 500МГц. В соответствии (1) коэффициент процессинга (база, сложность) сигнала определяется как

$$\frac{f_{\text{ср}}}{B} \quad (2)$$

где T —длительность импульса.

Генератор динамического хаоса позволяет получить равномерную спектральную плотность в заданном диапазоне частот. С этим связана энергетическая эффективность источника хаотических сигналов. По сравнению с шумовыми диодами генераторы хаоса как источники псевдошумового аналогового сигнала на несколько порядков (4-7) более эффективны с точки зрения затраты энергии.

Хаотические сигналы не критичны к антеннами: у них нет развалов диаграмм направленности. Синхронизация генераторов хаоса достигается за время, короткое на два порядка, чем обычная требуемая время - 10% от длительности импульса.

Реализованы различные радиотехнические генераторы динамического хаоса: Дмитриева-Кислова, Чуа, Анищенко-Астахова и др. В развитии этих электронных схем мы создали радиотехнический генератор динамического хаоса с фазовым управлением [Жанабаев З.Ж., Тарасов С.Б. и др. Генератор сигналов широкополосного динамического хаоса. Инновационный патент КЗА423594, 2009,01]. Отличием его от других генераторов хаоса является возможность получения сигналов, обладающих свойствами самоорганизованных объектов (фрактальность, перемежаемость,

широкополосность и др.). Эти свойства позволяют улучшить энергетическую (малое потребление на 1бит), информационную (пропускную способность), частотную (широкополосность) эффективность каналов связи.

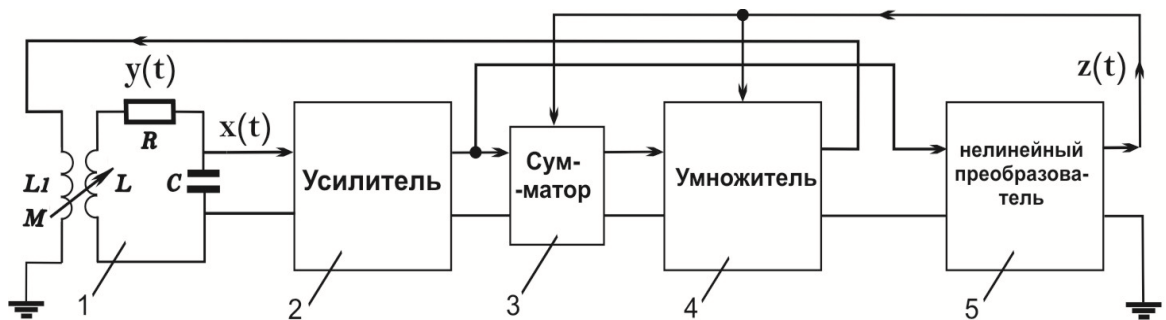


Рисунок 1. Блок схема генератора динамического хаоса с фазовым управлением. Селективного элемента (1) (колебательный контур), усилителя (2), сумматора (3), умножителя (4) и цепи положительной обратной связи с нелинейным преобразователем (5).

Величины $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ пропорциональны напряжениям в соответствующих точках схемы. Нелинейный преобразователь возводит в квадрат и выпрямляет усиленный (через 2) сигнал $x(t)$. Принято, где ω_0 – собственная частота колебательного контура, ω – частота, характеризующая время релаксации нелинейного преобразователя. Именно это условие $g > 1$ из-за малоинерционности преобразователя обеспечивает накопление сдвига фаз между $x(t)$ и $z(t)$, что приводит к нелинейному резонансу с неоднозначными амплитудами, т.е. к хаосу.

Сумматор реализует учет разности фаз между $x(t)$ и $z(t)$ в формировании сигнала обратной связи $y(t)$. Таким образом можно получить хаотические колебания типа «накопление – выброс» (barsting), часто встречаемые в природе (в динамике нейронов, сейсмологии, астрофизике и т.д.).

Из законов Кирхгофа следует уравнение для тока I в колебательном контуре:

$$L \ddot{I} + R \dot{I} + \frac{1}{C} I = U \sin(\omega t) - M \ddot{I}_1 \quad (3)$$

где L, R, C — индуктивность, сопротивление, емкость колебательного контура, M — взаимная индуктивность и G — крутизна усилителя в цепи обратной связи, I_1 — ток через нелинейный преобразователь. Ток через усилитель:

$$I_2 = G(x - y) \quad (4)$$

Введем обозначения

После этого уравнение (3) имеет вид

$$, \quad (5)$$

$$(6)$$

Крутизну усилителя представим в виде

$$. \quad (7)$$

Влияние разности фаз на характер колебаний можно учесть изменением собственной частоты колебательного контура, т.к. частота определяется через изменение фазы по времени. Неизохронность (зависимость от амплитуды колебаний) является основным свойством нелинейных систем. Из исходного уравнения (3) следует, что наиболее простая комбинация связи с параметрами системы содержится в первом члене под интегралом. Примем самую простую форму модуляции:

$$, \quad (8)$$

По существу мы приняли уравнение Адлера в форме:

$$, \quad (9)$$

Из формулы (5)-(9) следует

$$(10)$$

Введем обозначения

$$, \quad (11)$$

где принято условие

$$(12)$$

которое выполняется наличием сумматора в системе. После этого систему уравнений (10) запишем в виде:

(13)

По смыслу параметры μ , ν описывают усиление тока селективного элемента, нелинейного преобразователя и относительную частоту релаксационных процессов нелинейного преобразователя.

Разность фаз найдем из условия нелинейного резонанса:

(14)

где m , n - целые числа. Обозначив левую часть формулы (14) через F , мы по существу получили бы неавтономную систему, т.к. можно записать $F = F(\theta)$. Для описания автономного режима работы системы нужно моделировать θ через некоторую функцию от t . Чередование знаков в (14) возможно для одной и той же системы при возникновении хаоса. Это условие в литературе по динамическому хаосу называется условием Чирикова. Поэтому (14) можно записать в виде

(15)

Окончательно, искомая система уравнений имеет вид:

(16)

При $\mu = 1$ система (16), переходит в известную в современной радиофизике систему уравнений Анищенко-Астахова без учета инерционной нелинейности, пропорциональной ν .

Меняя значение параметров μ , ν , ν_0 можно получить из системы (16) реализации хаотических широкополосных, перемежаемых, с большой базой и скважностью сигналов.

Темы самостоятельных работ.

1. Генератор динамического хаоса Анищенко-Астахова.

2. Генератор хаоса по схеме Чуа.
3. Вывод уравнений генератора динамического хаоса с фазовым управлением.

Литература []